

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАТРАТ В АЛГОРИТМАХ ПСЕВДОГРАДИЕНТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*Ташлинский А. Г., Самойлов М. Ю.

Ульяновский государственный технический университет

Ульяновск, Россия

* tag@ulstu.ru

Для изображений больших размеров целесообразным является построение обработки на базе псевдоградиентных алгоритмов (ПГА). При этом оценка $\hat{\alpha}$ исследуемых параметров $\bar{\alpha}$ изображений формируется итеративно:

$$\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \bar{\beta}_t(Q),$$

где Λ_t - матрица усиления, $\bar{\beta}_t$ - псевдоградиент целевой функции (ЦФ) Q , характеризующей качество оценивания, $t = \overline{1, T}$ - номер итерации; $\hat{\alpha}_0$ - начальное приближение параметров. ПГА рекуррентны, сочетают хорошие точностные характеристики с высоким быстродействием, не требуют предварительной оценки параметров исследуемых изображений. Например, исследование временной динамики наблюдаемых изображений приводит к необходимости анализа межкадровых геометрических деформаций изображений $\mathbf{Z}^{(1)} = \{z_{\bar{j}}^{(1)}\}$ и $\mathbf{Z}^{(2)} = \{z_{\bar{j}}^{(2)}\}$, где $\bar{j} \in \Omega$, $\Omega: \{\bar{j} = (j_1, j_2)\}$ - сетка отсчетов.

Повышение быстродействия ПГА достигается уменьшением объема μ локальной выборки $Z_t = \{z_{\bar{j}t}^{(2)}, \tilde{z}_{\bar{j}t}^{(1)}\}$, используемой на каждой итерации для нахождения псевдоградиента $\bar{\beta}(Q)$, где $z_{\bar{j}t}^{(2)} \in \mathbf{Z}^{(2)}$, $\tilde{z}_{\bar{j}t}^{(1)} = \tilde{Z}^{(1)}(\bar{j}_t, \hat{\alpha}_{t-1}) \in \tilde{Z}$, \tilde{Z} - некоторое непрерывное изображение, полученное из $\mathbf{Z}^{(1)}$. Однако задача нахождения объема локальной выборки, оптимального по критерию минимума вычислительных затрат, исследована явно недостаточно.

Рассматривается задача минимизации вычислительных затрат ПГА при изменении модуля погрешности $\varepsilon = \alpha_u - \hat{\alpha}$ одного оцениваемого параметра от $|\varepsilon_{\max}|$ до $|\varepsilon_{\min}|$. Для решения выбран следующий принцип. На каждой t -й итерации ПГА будем выбирать объем локальной выборки μ_t , обеспечивающий минимальные вычислительные затраты на единицу математического ожидания $\Delta\varepsilon_t$ улучшения оценки параметра

$$\mu_t = k \Big|_{\min_{\Delta\varepsilon_t} g(k)}, k = 1, 2, \dots,$$

где $g(k)$ - вычислительные затраты на выполнение алгоритмом t -й при объеме локальной выборки, равном k . Тогда $\frac{g(k)}{\Delta\varepsilon_t}$ - приведенные вычислительные затраты. Учитывая, что оценка параметра должна последовательно пройти весь диапазон значений, дающих изменение погрешности оценивания от $|\varepsilon_{\max}|$

до $|\epsilon_{\min}|$, очевидно, что такой принцип обеспечивает минимальные суммарные вычислительные затраты

$$G = \sum_{t=1}^T g(\mu_t),$$

где T - число итераций, необходимое для выполнения условия $|\epsilon_T| < |\epsilon_{\min}|$.

Математическое ожидание величины $\Delta\epsilon_t$ изменения погрешности оценки ϵ_t на t -й итерации алгоритма ищется с использованием вероятностей

$\bar{\rho} = (\rho^+, \rho^o, \rho^-)^T$ сноса оценок

$$\Delta\epsilon_t = M[\epsilon_{t+1} - \epsilon_t] = (\epsilon_t - \lambda_t)\rho^- + \epsilon_t\rho^o + (\epsilon_t + \lambda_t)\rho^+ = \epsilon_t + \lambda_t(\rho^+ - \rho^-),$$

где $\rho^+ = f(\epsilon)$ - вероятность того, что при заданном рассогласовании ϵ оценка $\hat{\alpha}$ изменится в сторону истинного значения параметра, т.е. $\text{sgn } \epsilon_{i,t} = \text{sgn } \Delta\alpha_{i,t+1}$; ρ^- - в сторону от истинного значения, т.е.

$\text{sgn}(\epsilon_{i,t}) = -\text{sgn } \Delta\alpha_{i,t+1}$; ρ^o - оценки не изменяется, т.е. $\Delta\alpha_{i,t} = 0$.

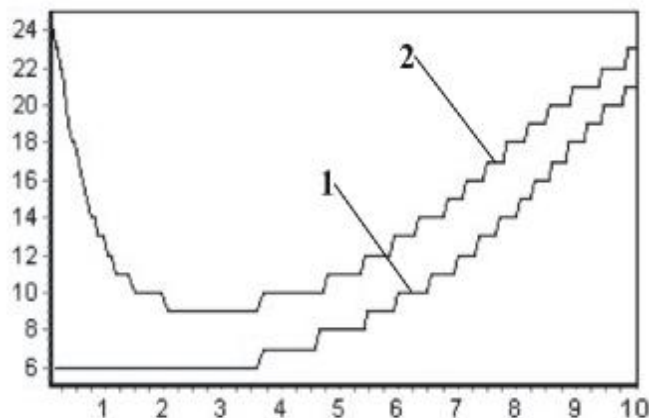


Рис.

Примеры результатов расчета оптимальных значений объема локальной выборки как функции рассогласования приведены на рис. При этом кривая 1 соответствует отсутствию шума, а кривая 2 - отношению сигнал/шум $\frac{\sigma_x^2}{\sigma_\theta^2} = 10$.

Таким образом, предложенный подход для алгоритмов псевдоградиентного оценивания параметров изображений позволяет для каждой итерации объем локальной выборки, обеспечивающий минимизацию вычислительных затрат.