

ГИБРИДНЫЕ СИСТЕМЫ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ЭТАЛОННЫМ УПРЕДИТЕЛЕМ

Еремин Е. Л., Теличенко Д.А.
Амурский государственный университет
г. Благовещенск, Россия
telichenko@yandex.ru

Теория гиперустойчивости как прикладная задача математики нашла большое применение при решении задач синтеза дискретных адаптивных систем управления. Синтез, проводимый в рамках критерия гиперустойчивости, условно разбивается на ряд этапов, каждый из которых хорошо формализован и имеет самостоятельное решение [1].

Рассмотрим подробно задачу синтеза дискретной адаптивной системы управления непрерывным объектом, обладающим запаздываниями по состоянию и управлению. При решении данной задачи удобно воспользоваться результатами метода непрерывных моделей [2]. Согласно этому методу первоначально синтез рассматривается относительно непрерывной системы. В последствии, от полученных в непрерывном виде законов управления основного и дополнительного контуров осуществляется переход к их дискретному аналогу.

Пусть априорно неопределенный объект управления описывается следующими уравнениями пространства состояний

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A \cdot x(t) + \Lambda \cdot x(t-t) + B \cdot u(t-h), \\ y(t) &= L^T \cdot x(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$; $y(t) \in R$; $l = n - m > 1$; m – порядок числителя передаточной функции объекта управления.

Скалярное управление сформируем следующим образом:

$$\begin{aligned} u(t) &= r(t) + J(t), \\ J(t) &= c_1^T(t) \cdot \bar{y}(t) + c_2(t) \cdot u(t-h) + c_3^T(t) \cdot \bar{y}(t-t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $r(t)$ – задающие воздействие; $\bar{y}(t)$ – отфильтрованный выходной сигнал объекта (1), получаемый с помощью фильтра вида

$$W_\phi(s) = \frac{g(s)}{c(s)}, \quad (3)$$

где $g(s)$, $c(s)$ – гурвицевы полиномы степени $n-1$.

Для компенсации запаздывания и задания желаемой динамики процессов управления в систему вводится явно-неявный эталонный упредитель [3]

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{x}_m(t)}{dt} &= \tilde{A}_m \cdot \tilde{x}_m(t) + \tilde{\Lambda}_m \cdot \tilde{x}_m(t-t) + \tilde{B}_m \cdot y(t), \\ y(t) &= [u(t-h) - J(t)], \quad \tilde{y}_m(t) = \tilde{L}_m^T \cdot \tilde{x}_m(t), \\ W_m(s) &= \frac{\tilde{y}_m(s)}{y(s)} = \frac{\tilde{L}_m^T (s \cdot E - \tilde{A}_m - \tilde{\Lambda}_m \cdot e^{-t \cdot s})^+ \tilde{B}_m}{\det(s \cdot E - \tilde{A}_m - \tilde{\Lambda}_m \cdot e^{-t \cdot s})} = \frac{k_m}{\tilde{a}_m(s)} \end{aligned} \quad (4)$$

где $\tilde{x}_m(t) \in R^l$; $\tilde{y}_m(t) \in R$; $\tilde{a}_m(s)$ – гурвицев квазиполином степени l .

При этом минимальной форме представления эталонного упредителя (4) будет соответствовать явная форма записи, порядок уравнений в которой, соразмерен порядку объекта (1) [4].

Вводя в рассмотрение сигнал ошибки, сформированный относительно соединения объект управления + фильтр и эталонный упредитель + фильтр

$$e(t) = \bar{x}_m(t) - \bar{x}(t), \quad (5)$$

где $\bar{x}_m(t) \in R^{2n-1}$, $\bar{x}(t) \in R^{2n-1}$ – переменные пространства состояния соответственно соединений «явный эталонный упредитель + фильтр» и «объект управления + фильтр», можно показать, что для системы (1)-(5) будет иметь место следующие эквивалентное математическое описание:

$$\begin{cases} \frac{de(t)}{dt} = \bar{A}_m \cdot e(t) + \bar{\Lambda}_m \cdot e(t-t) + \bar{B}_m \cdot m(t), \quad \bar{n}(t) = g^T \cdot \bar{L}^T \cdot e(t), \\ m(t) = -\left[(c_1(t) - c_{10})^T \cdot \bar{y}(t) + (c_2(t) - c_{20}) \cdot u(t-h) + \right. \\ \left. + (c_3(t) - c_{30})^T \cdot \bar{y}(t-t) \right], \end{cases} \quad (6)$$

где $\bar{A}_m, \bar{\Lambda}_m, \bar{B}_m, \bar{L}^T$ – матрицы и вектор соответствующей размерности, записанные относительно последовательного соединения явного эталонного упредителя и фильтра.

Проблема гиперустойчивости эквивалентной системы (6) решается путем выполнения следующих двух условий:

во-первых: передаточная функция линейной стационарной части системы (6):

$$W_{лсч}(s) = \frac{D(s) \cdot g^T \cdot \bar{L}^T \cdot (s \cdot E - \bar{A}_m - \bar{\Lambda}_m \cdot e^{-t \cdot s}) + \bar{B}_m}{\det(s \cdot E - \bar{A}_m - \bar{\Lambda}_m \cdot e^{-t \cdot s})} = k_m \frac{D(s)}{\tilde{a}_m(s)}, \quad (7)$$

должна быть строго положительно-вещественная функция, где $D(s)$ – специально-вводимый в систему гурвицев полином, степени $l-1$;

во-вторых: должно обеспечиваться выполнение интегрального неравенства В.М. Попова вида:

$$h(0, t) = -\int_0^t \tilde{m}(s) \cdot \tilde{n}(s) ds \geq -g_0^2 = const, \quad \forall t \geq 0, \quad (8)$$

где $\tilde{m}(s)$, $\tilde{n}(s)$ – сигнал управления и обобщенный выход системы (6), расширенной с помощью дополнительно вводимого полинома $D(s)$.

Таким образом, первое условие гиперустойчивости системы (6) формирует требования относительно параметров эталонного упредителя и полинома $D(s)$, и наиболее просто может быть разрешено при выполнении частотного неравенства вида

$$\operatorname{Re} W_{лсч}(jw)^{-1} > 0, \quad \forall w \geq 0. \quad (9)$$

Второе условие гиперустойчивости (8) помогает синтезировать алгоритмы самонастройки регулятора (2), которые в нашем случае будут иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{dc_{1i}(t)}{dt} = a_{1i} \cdot \tilde{n}(t) \cdot \dot{y}_i(t), \quad a_{1i} = const > 0, \quad i = \overline{1, n}, \\ \frac{dc_{2i}(t)}{dt} = a_{2i} \cdot \tilde{n}(t) \cdot \dot{u}(t-h), \quad a_{2i} = const > 0, \\ \frac{dc_{3i}(t)}{dt} = a_{3i} \cdot \tilde{n}(t) \cdot \dot{y}_i(t-t), \quad a_{3i} = const > 0, \end{cases} \quad (10)$$

где $\dot{y}_i(t)$ и $\dot{u}(t-h)$ – расширенный сигнал выхода соединения «объект + фильтр» и расширенный сигнал управления.

Согласно критерию гиперустойчивости при выполнении условий (8), (9) гарантируется не только устойчивость эквивалентно преобразованной системы, но и устойчивость исходной системы (1)-(4), (7), (10) – что и требовалось получить.

Если теперь от синтезированной непрерывной системы управления перейти к ее дискретному аналогу, то окончательно получим следующую гибридную адаптивную систему управления непрерывным объектом (1):

$$u_k = r_k + J_k, \quad J_k = c_{1,k}^T \cdot \bar{y}_k + c_{2,k} \cdot u_{k-j_1} + c_{3,k}^T \cdot \bar{y}_{k-j_2}, \quad (11)$$

$$\begin{cases} \tilde{x}_{m,k+1} = \tilde{A}_{m,k} \cdot \tilde{x}_{m,k} + \tilde{\Lambda}_{m,k} \cdot \tilde{x}_{m,k-j_2} + \tilde{B}_{m,k} \cdot y_k, \\ y_k = [u_{k-j_1} - J_k] \quad \tilde{y}_{m,k} = \tilde{L}_{m,k}^T \cdot \tilde{x}_{m,k}, \end{cases} \quad (12)$$

$$W_\phi(z) = \frac{g(z)}{c(z)}, \quad (13)$$

$$\begin{cases} c_{1i,k} = c_{1i,k-1} + a_{1i,k} \cdot \tilde{n}_k \cdot y_{i,k}, \quad a_{1i,k} = const > 0, \quad i = \overline{1,n}, \\ c_{2,k} = c_{2,k-1} + a_{2,k} \cdot \tilde{n}_k \cdot u_{k-j_1}, \quad a_{2,k} = const > 0, \\ c_{3i,k} = c_{3i,k-1} + a_{3i,k} \cdot \tilde{n}_k \cdot y_{i,k-j_2}, \quad a_{3i,k} = const > 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$\tilde{v}_k = \bar{v}_k + \bar{v}_k, \quad \bar{v}_k = \tilde{y}_{m,k} - y_k, \quad \bar{v}_k = k_m \frac{D(z)}{\tilde{a}_m(z)} \cdot q(z), \quad (15)$$

$$\begin{cases} q(z) = D^{-1}(z) \cdot c_{1,k}^T \cdot \bar{y}_k - c_{1,k}^T \cdot y_k + \\ \quad + D^{-1}(z) \cdot c_{2,k} \cdot u_{k-j_1} - c_{2,k} \cdot u_{k-j_1} + \\ \quad + D^{-1}(z) \cdot c_{3,k}^T \cdot \bar{y}_{k-j_2} - c_{3,k}^T \cdot y_{k-j_2}, \\ y_k = D^{-1}(z) \cdot \bar{y}_k, \quad u_k = D^{-1}(z) \cdot u_{k-j_1}, \\ y_{k-j_2} = D^{-1}(z) \cdot \bar{y}_{k-j_2}, \end{cases} \quad (16)$$

где z – переменная Z-преобразования; $t_k = k \cdot I$ – дискретный аналог времени; $I = const > 0$ – шаг дискретизации; $k = 0, 1, 2, \dots$ – номер шага.

Полученная таким образом дискретная система адаптивного управления (1), (11)-(16) может быть использована при управлении объектами, обладающими запаздываниями по состоянию и управлению. Предлагаемый в работе подход к решению проблемы гиперустойчивости позволяет получить систему адаптивного управления минимальной структурной сложности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Landau I.D. Adaptive control systems: the model reference approach. - N.Y.: Marsel Dekker, 1979. 406 p.
2. Деревицкий Д. П., Фрадков А. Л. Прикладная теория дискретных адаптивных систем. М.: Наука. 1981.
3. Еремин Е.Л. Построение адаптивных систем с запаздыванием по управлению на основе эталонного упредителя // Информатика и системы управления. 2005. № 1(9). С. 122-128.
4. Еремин Е.Л. Робастные алгоритмы нестационарных систем управления с явно-неявной эталонной моделью // Электронный журнал «Дифференциальные уравнения и процессы управления», №3, 2001, <http://www.neva.ru/journal>.