

**ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИОННЫХ СЕТЕЙ
НА ОСНОВЕ ТЕНЗОРНОЙ МЕТОДОЛОГИИ**

Степаненко Е.В., Степаненко И.Т.

Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина

Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина,

Тамбовское высшее военное авиационное инженерное училище радиоэлектроники (ВИ),

г. Тамбов, Россия

**INFORMATION NETWORKS MODELS CONSTRUCTION
BASED ON THE TENSOR METHODOLOGY**

Stepanenko E.V., Stepanenko I.T.

Tambov State University named after G.R. Derzhavin,

Tambov High Military Engineering School of Radio electronics (Military Institute),

Tambov, Russia

Современные методы расчета информационных систем (ИС) основываются на статистических процессах, протекающих в них с учетом различных методов задания неопределенностей как относительно исходных данных, так и рассчитываемых параметров.

Структурные характеристики ИС существенно усложняют аналитические расчеты и приводят во многих случаях к значительным отклонениям от результатов, реально получаемых на практике. В связи с этим наряду с аналитическими методами важными являются исследования на основе имитационного моделирования процессов в ИС. При этом особое значение имеют знания о топологии ИС и их учет для расчета систем.

В настоящей статье предложено использовать тензорную методологию построения моделей ИС, которая позволяет учитывать процессы, протекающие в структуре ИС, и ее топологию как неотъемлемые компоненты единой задачи расчета ИС.

Следуя технологии применения тензорного метода в теории систем, приведенной в [2], пройдем следующие этапы.

1. Приведение уравнений поведения системы к тензорному виду.

Для этого необходимо записать и использовать полные отношения для структуры взаимодействия потоков всех величин в системе, т.е. воздействий, откликов и сопротивлений (метрики) элементов. Тензорный характер всех величин и уравнений обеспечивает линейность преобразования их компонент при изменении структуры, т.е. при изменении соединенных элементов и/или ином выборе координат-путей в сети.

Наибольший интерес вызывает исследование информационных сетей в состоянии, предшествующем состоянию предельной нагрузки, поскольку именно в этом случае выявляются наиболее ее «узкие» места и необходимо особенное, нестандартное, управление сетью. Поэтому рассмотрим произвольную информационную сеть (ИС), находящуюся в подобном сопредельном состоянии. Представим ее как совокупность узлов коммутации (УК) и каналов связи (КС).

Необходимость и возможность применения тензорной методологии в теории информационных сетей, как отмечено в [1], заключается в следующем.

1. Для описания информационных сетей могут быть использованы две физически измеримыми величинами – объемы накопления (V) и потоки (L) информации (пакетов).

2. Используя тензорную методологию, можно просто представить довольно сложные структуры (одной из которых является ИС), несложно получать формулы для вычисления необходимых параметров элементов для матрицы тензора и, что наиболее важно, наглядно объединить структуру и процессы, протекающие в этой структуре.

Проведем применительно к ИС аналогию с электрическими сетями Г. Крона [3].

Формулу поведения модели сети разомкнутого типа можно представить как

$$V=TL, \tag{1}$$

где V – усредненный объем накопления пакетов, T – среднее время нахождения пакетов в сети, L – среднее значение потока пакетов.

Формула поведения модели сети замкнутого типа связывает следующие усредненные величины: производительность сети L , количество пакетов, циркулирующих в сети, и результирующая пропускная способность каналов R (обратная времени нахождения пакетов в сети) соотношением:

$$L=RV. \tag{2}$$

Видим, что в обоих случаях присутствует инвариантность линейной формы и идентичность соответствующих параметров.

Окончательно, используя свойство сохранения закона поведения для элементов сети и сети в целом, приходим к следующей матричной форме записи формулы поведения всей сети как совокупности ОС:

$$\mathbf{V}=\mathbf{T}\mathbf{L}, \tag{3}$$

где \mathbf{T} – 2-матрица временных задержек, \mathbf{V} – 1-матрица количества пакетов, \mathbf{L} – 1-матрица значений производительности системы.

Причем, матрица \mathbf{T} и вектор \mathbf{V} имеют ковариантные компоненты, а вектор \mathbf{L} – контравариантные компоненты, т.е.

$$V_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^m T_{\alpha\beta} \Lambda^{\beta} = T_{\alpha\beta} \Lambda^{\beta}. \quad (4)$$

С рассматриваемыми геометрическими объектами, которые характеризуют каждый рассматриваемый символ, связана определенная система координат (индексы – это имена осей). При переходе от одной системы координат в другую сами объекты не изменяются, меняются лишь их компоненты.

Поскольку уравнение (4) представляет взаимосвязь величин – геометрических объектов, преобразующихся по линейному закону, то сами объекты являются тензорами, а уравнение, их связывающее, соответствует записи в тензорной форме, т.е. является тензорным.

Далее, придерживаясь методики Г.Крона [3], необходимо определить те характеристики сети, которые обладают инвариантностью относительно изменений системы координат (в нашем случае – изменений топологии сети). В электрических цепях одной из таких характеристик является входная (полная) мощность.

В [1] для оценки информационной эффективности ИС введена физическая характеристика – кибернетическая мощность (по аналогии с мощностью в электрических сетях Г.Крона). Покажем, что она не изменяется при изменении топологии сети.

Примитивная сеть состоит из n не связанных между собой одноканальных систем (ОС). Мощность каждой такой системы определяется как произведение ее общего количества пакетов на производительность. Тогда для ИС полная (входная) кибернетическая мощность примитивной сети определяется как

$${}^n P_{\text{ИС}} = \sum_{i=1}^n V_i \gamma^i = \sum_{i=1}^n V_i^{\text{ввых}} \gamma^i, \quad (5)$$

где $i=1, \dots, n$ – номера ОС с общим их числом n ; V_i – состояние i -й ОС, определяемое транзитными и внешними (вошедшими извне) пакетами, $V_i^{\text{ввых}}$ – ее производительность.

При фиксированном количестве ОС полная мощность ИС остается инвариантной.

Максимальной полная кибернетическая мощность может быть только в примитивной сети, состоящей из контуров или разомкнутых цепей. При соединении ОС в коммуникационную сеть кибернетическая мощность, а точнее ее полезная составляющая, может только лишь уменьшиться. Использование тензорной методологии для синтеза такой сети должно «обеспечить» максимальную полезную (активную) мощность сети при заданной ее структуре. При этом сама сеть должна отвечать требованиям надежности, компактности по структуре и эффективности по эксплуатации.

II. Построение сетевой модели с помощью аналогий между параметрами процессов и структуры исследуемой системы и двойственной сети.

После того, как получена формула поведения всей сети как совокупности ОС (3), необходимо вывести уравнение связной ИС с фиксированным числом абонентов. Для этого в качестве алгоритма используем тензорную методологию [3-5].

1. Из всего множества сетей выделим эталонную сеть. Анализ выбранной сети должен быть сравнительно простым, поэтому в качестве таковой удобно взять примитивную сеть любого типа (разомкнутую, замкнутую, ортогональную [3] или подразделенную [4]). Например, уравнение примитивной сети замкнутого типа, отождествляясь с формулой ее поведения (2), имеет вид:

$$\lambda^\alpha = R^{\alpha\beta} V_\beta, \quad (6)$$

где матрица кибернетического сопротивления (результатирующей пропускной способности каналов) имеет квадратичную форму. Скользящие индексы принимают значения от 1 до n и соответствуют номерам ОС с общим их числом n .

2. Далее необходимо определить все возможные отличия топологий всех возможных связных ИС от выбранной эталонной сети (в нашем случае – от примитивной сети замкнутого типа). Эти отличия, а именно, способы соединения ОС, выбор переменных, отражают компоненты матрицы преобразования $C_{\alpha'}^\alpha$ (индекс со штрихом соответствует «новой», соединенной сети).

Следуя [3], в «новой», соединенной сети выбираются линейно независимые путевые потоки (конечная совокупность) и через них выражаются потоки для каждой ОС. В матричной форме зависимость будет:

$$\lambda^\alpha = C_{\alpha'}^\alpha \lambda^{\alpha'}. \quad (7)$$

Здесь для каждой ОС происходит суммирование проходящих через нее путевых потоков.

Таким образом, коэффициенты при новых потоках $\lambda^{\alpha'}$ образуют искомую матрицу преобразования $C_{\alpha'}^\alpha$.

3. На следующем шаге определяются параметры сети в новой конфигурации. При этом используется инвариант сети – полная кибернетическая мощность ($V_\alpha \lambda^\alpha \equiv V_{\alpha'} \lambda^{\alpha'}$). Но следует помнить, что мощность инвариантна лишь «внутри» сети фиксированной размерности. При изменении размерности мощность изменится.

Итак, необходимо определить правила преобразования следующих параметров сети:

– компоненты вектора V количества пакетов – $V_{\alpha'} = C_{\alpha'}^\alpha V_\alpha$;

– компоненты матрицы R кибернетического сопротивления – $R^{\alpha'\beta'} = C_{\alpha'}^\alpha R^{\alpha\beta} C_{\beta'}^\beta$.

Аналогично определяются компоненты матрицы T временных задержек.

Окончательно, уравнения поведения «новой» соединенной сети имеет вид:

$$\lambda^{\alpha'} = R^{\alpha'\beta'} V_{\beta'}, \quad (8)$$

а поскольку потоки в контурах соединенной сети определены с использованием матрицы преобразования, выражение для накоплений пакетов в каждой ОС будет иметь вид:

$$V_{\beta} = T_{\beta\alpha} C_{\alpha}^{\beta} \lambda^{\alpha'}.$$

Для путевых потоков соединенной сети выражение будет иметь вид:

$$\lambda^{\alpha} = R^{\alpha\beta} A_{\beta}^{\alpha'} V_{\beta'}, \text{ где } A_{\beta}^{\alpha'} = (C_{\beta}^{\alpha'})^{-1}.$$

Теперь, выполним все рассмотренные шаги для конкретной сети, выводя вместе с тем и общие уравнения.

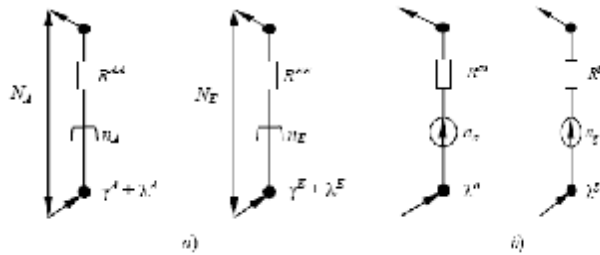


Рис.1 – Прimitivesкая сеть

Прimitivesкая сеть, изображенная на рис. 1а и рис. 1б соответственно, состоит из УН (в составе УК) и КС.

Систему координат для определения primitivesкой сети обозначим α . Все элементы этой сети описываются ортогональными переменными. В связи с тем, что рассматриваемая primitivesкая сеть является подразделенной на два вида элементов (УН и КС), то при ее преобразовании следует помнить, что в соединенной сети также должны существовать элементы тех же двух видов.

На рис.2а изображена соединенная сеть, содержащая 5 УН и 7 КС. На рис.2б представлена модель рассматриваемой сети, в которой указаны направления потоков пакетов по КС и в УН. Каждый УН соответствует УК. Данная модель получена с использованием понятия кибернетических параметров, аналогично электрическим [1].

Итак, рассмотрим исходную primitivesкую сеть, которая описывается следующими уравнениями в тензорной форме:

$$V_{\alpha} = T_{\alpha\alpha} \Lambda^{\alpha}. \quad (9a)$$

$$\Lambda^{\alpha} = R^{\alpha\alpha} V_{\alpha}. \quad (9б)$$

Здесь (9а) – уравнение сети разомкнутого типа, (9б) – уравнение сети замкнутого типа и

$$V_{\alpha} = \begin{matrix} b \\ c \end{matrix} \begin{matrix} \boxed{V_b} \\ \boxed{V_c} \end{matrix}, \quad \Lambda^{\alpha} = \begin{matrix} b \\ c \end{matrix} \begin{matrix} \boxed{\Lambda^b} \\ \boxed{\Lambda^c} \end{matrix}.$$

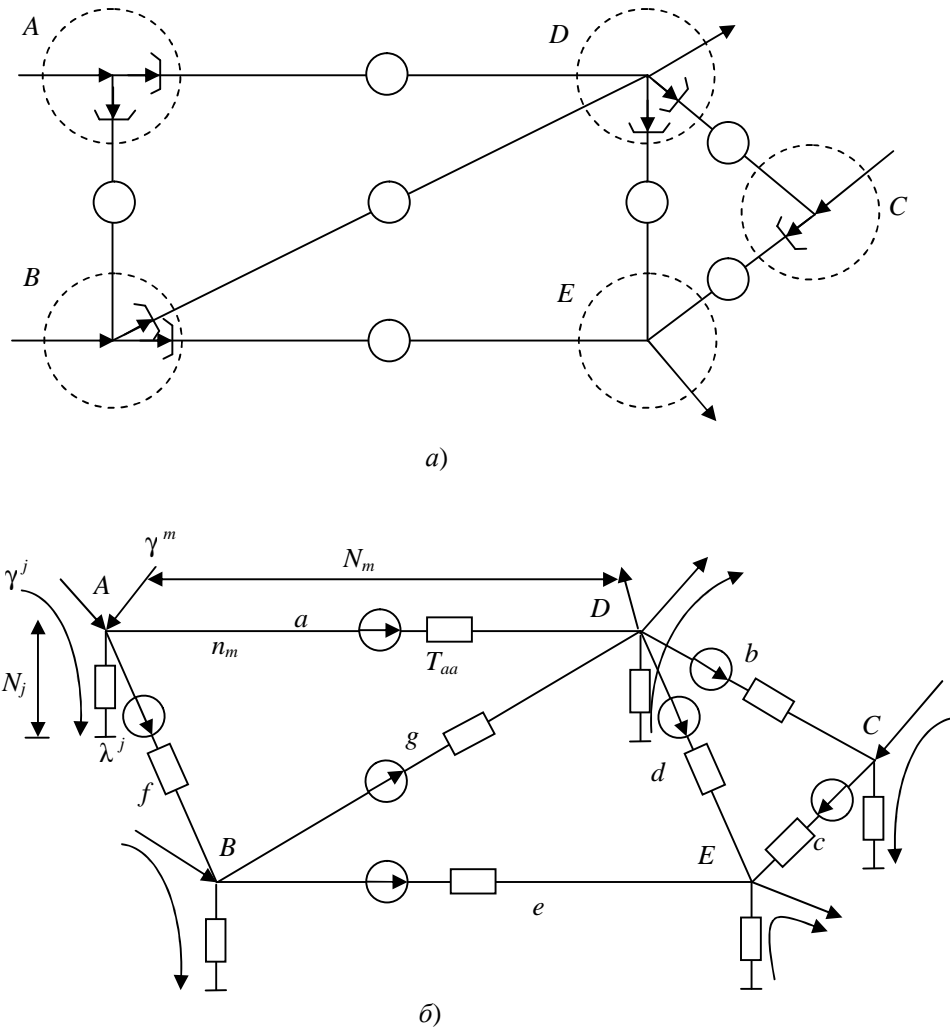


Рис.2 – Соединенная сеть

Каждый из кибернетических элементов (и УН и КС) характеризуется ортогональными переменными: n – накопление пакетов транзитного потока (количество пакетов, одновременно передаваемых по КС), N – дополнительные накопления, обусловленные внешними и внутренними (канальными) воздействиями, λ – интенсивность, характеризующая скорости изменения количества пакетов в УН отправителя и получателя (внутренний транзитный поток), γ – интенсивность внешнего потока (входной трафик).

Для УН это означает, что: $V_b = N_b + n_b$, $\Lambda^b = \gamma^b + \lambda^b$.

Аналогично, для УК имеем: $V_c = N_c + n_c$, $\Lambda^c = \gamma^c + \lambda^c$.

С учетом (9а) и (9б) имеем следующие компаунд-уравнения:

$$\begin{matrix} b \\ c \end{matrix} \begin{matrix} N_b + n_b \\ N_c + n_c \end{matrix} = \begin{matrix} b & c \\ T_{bb} & T_{bc} \\ T_{cb} & T_{cc} \end{matrix} \begin{matrix} b \\ c \end{matrix} \begin{matrix} \gamma^b + \lambda^b \\ \gamma^c + \lambda^c \end{matrix}$$

$$\begin{array}{c} b \\ c \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \gamma^b + \lambda^b \\ \hline \gamma^c + \lambda^c \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} b \\ c \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline R^{bb} & R^{bc} \\ \hline R^{cb} & R^{cc} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} b \\ c \end{array} \begin{array}{|c|} \hline N_b + n_b \\ \hline N_c + n_c \\ \hline \end{array}$$

Соответствующие ортогональные уравнения для системы координат α могут быть записаны в виде:

$$\begin{cases} N_b + n_b = T_{bb}(\gamma^b + \lambda^b) + T_{bc}(\gamma^c + \lambda^c), \\ N_c + n_c = T_{cb}(\gamma^b + \lambda^b) + T_{cc}(\gamma^c + \lambda^c); \end{cases} \quad (10a)$$

$$\begin{cases} \gamma^b + \lambda^b = R^{bb}(N_b + n_b) + R^{bc}(N_c + n_c), \\ \gamma^c + \lambda^c = R^{cb}(N_b + n_b) + R^{cc}(N_c + n_c). \end{cases} \quad (10б)$$

Взаимные кибернетические проводимости (равно как и взаимное время нахождения пакетов в сети) между УН и КС характеризуются величинами R^{bc} и R^{cb} (T_{bc} и T_{cb} соответственно). Для примитивной сети эти величины равны нулю, поскольку в этой сети отсутствует какая-либо физическая связь между УН и КС. Поэтому в (10а, б) соответствующие слагаемые будут отсутствовать:

$$\begin{cases} N_b + n_b = T_{bb}(\gamma^b + \lambda^b), \\ N_c + n_c = T_{cc}(\gamma^c + \lambda^c); \end{cases} \quad (11a)$$

$$\begin{cases} \gamma^b + \lambda^b = R^{bb}(N_b + n_b), \\ \gamma^c + \lambda^c = R^{cc}(N_c + n_c). \end{cases} \quad (11б)$$

Ортогональные уравнения для соединенной сети в системе координат β будут иметь вид:

$$N_\beta + n_\beta = T_{\beta\beta}(\gamma^\beta + \lambda^\beta), \quad (12a)$$

$$\gamma^\beta + \lambda^\beta = R^{\beta\beta}(N_\beta + n_\beta). \quad (12б)$$

Соответствующие компаунд-уравнения для рассматриваемой сети с учетом ортогональных переменных и понятий разомкнутых и замкнутых контуров имеют вид:

$$\begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|} \hline N_j + n_j \\ \hline N_m + n_m \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline T_{jj} & T_{jm} \\ \hline T_{mj} & T_{mm} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \gamma^j + \lambda^j \\ \hline \gamma^m + \lambda^m \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \gamma^j + \lambda^j \\ \hline \gamma^m + \lambda^m \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline R^{jj} & R^{jm} \\ \hline R^{mj} & R^{mm} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|} \hline N_j + n_j \\ \hline N_m + n_m \\ \hline \end{array}$$

Здесь компоненты тензоров T и R неизвестны. Для их нахождения необходимо определить матрицы преобразования $A_{\beta\alpha}^\beta$ и $C_\beta^\alpha = (A_{\beta\alpha}^\alpha)^{-1}$ из соотношений:

$$V_\beta = C_\beta^\alpha V_\alpha, \quad \Lambda^\beta = A_{\beta\alpha}^\beta \Lambda^\alpha. \quad (13)$$

Здесь индекс β характеризует оси координат рассматриваемой «новой» соединенной сети. В матрице $A_{\beta\alpha}^\beta$ строки показывают, какие потоки складываются в полный поток для ка-

ждого КС и УН, а столбцы — какие кибернетические напряжения, т.е. n или N , входят в рассматриваемую цепь. Для модели ИС (рис. 2, б) с идеальными каналами матрица A_{α}^{β} (как и C_{β}^{α}) является треугольной:

$$A_{\alpha}^{\beta} = \begin{array}{c|cccc|cccc} \alpha \rightarrow & \mathbf{b} & & & & \mathbf{c} & & & & & & \\ \beta \downarrow & \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} & \text{E} & \text{a} & \text{b} & \text{c} & \text{d} & \text{e} & \text{f} & \text{g} \\ \mathbf{j} & \text{A} & 1 & & & & -1 & & & & & -1 & \\ & \text{B} & & 1 & & & & & & & -1 & 1 & -1 \\ & \text{C} & & & 1 & & & 1 & -1 & & & & \\ & \text{D} & & & & 1 & -1 & & -1 & & & & 1 \\ & \text{E} & & & & & & & 1 & 1 & 1 & & \\ \mathbf{m} & \text{a} & & & & & 1 & & & & & & \\ & \text{b} & & & & & & 1 & & & & & \\ & \text{c} & & & & & & & 1 & & & & \\ & \text{d} & & & & & & & & 1 & & & \\ & \text{e} & & & & & & & & & 1 & & \\ & \text{f} & & & & & & & & & & 1 & \\ & \text{g} & & & & & & & & & & & 1 \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline A_{\cdot b}^j & A_{\cdot c}^j \\ \hline A_{\cdot c}^m & I \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline I & A_{\cdot c}^j \\ \hline & I \\ \hline \end{array}$$

$$C_{\beta}^{\alpha} = \begin{array}{c|cccc|cccc} \alpha \rightarrow & \mathbf{b} & & & & \mathbf{c} & & & & & & \\ \beta \downarrow & \text{A} & \text{B} & \text{C} & \text{D} & \text{E} & \text{a} & \text{b} & \text{c} & \text{d} & \text{e} & \text{f} & \text{g} \\ \mathbf{j} & \text{A} & 1 & & & & & & & & & & \\ & \text{B} & & 1 & & & & & & & & & \\ & \text{C} & & & 1 & & & & & & & & \\ & \text{D} & & & & 1 & & & & & & & \\ & \text{E} & & & & & & & & & & & \\ \mathbf{m} & \text{a} & 1 & & -1 & & 1 & & & & & & \\ & \text{b} & & -1 & 1 & & & 1 & & & & & \\ & \text{c} & & & 1 & -1 & & & 1 & & & & \\ & \text{d} & & & & 1 & -1 & & & 1 & & & \\ & \text{e} & & 1 & & & -1 & & & & 1 & & \\ & \text{f} & 1 & -1 & & & & & & & & 1 & \\ & \text{g} & & & 1 & -1 & & & & & & & 1 \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline C_j^{\cdot b} & \\ \hline C_m^{\cdot b} & C_m^{\cdot c} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline I & \\ \hline C_m^{\cdot b} & I \\ \hline \end{array}$$

Накопления пакетов транзитного трафика в элементах соединенной структуры КС и УН определяются при использовании исходных данных в системе координат α (т.е. для примитивной сети) и найденной матрицы преобразования C_{β}^{α} :

$$n_{\beta} = C_{\beta}^{\alpha} n_{\alpha}. \tag{14}$$

Учитывая треугольный характер матрицы C_{β}^{α} из (14) получаем:

$$\begin{array}{c}
\beta \\
j \\
m
\end{array}
\begin{array}{|c|}
\hline
n_j \\
\hline
n_m \\
\hline
\end{array}
=
\begin{array}{c}
b \quad c \\
j \\
m
\end{array}
\begin{array}{|c|c|}
\hline
C_j^{\cdot b} & \\
\hline
C_m^{\cdot b} & C_m^{\cdot c} \\
\hline
\end{array}
\begin{array}{c}
\alpha \\
b \\
c
\end{array}
\begin{array}{|c|}
\hline
n_b \\
\hline
n_c \\
\hline
\end{array}$$

или

$$\begin{cases}
n_j = C_j^{\cdot b} n_b, \\
n_m = C_m^{\cdot b} n_b + C_m^{\cdot c} n_c.
\end{cases} \quad (15)$$

В случае соединенной сети, имеющей структуру, приведенную на рис.2, из (15) получим:

$$\begin{cases}
n_j = n_b, \\
n_m = C_m^{\cdot b} n_b + n_c.
\end{cases}$$

Для определения информационных потоков в ИС необходимо вычислить кибернетические проводимости в соединенной сети, т.е. найти элементы матрицы $R^{\beta\beta}$ по формуле

$$R^{\beta\beta} = A_{\alpha}^{\beta} R^{\alpha\alpha} A_{\alpha}^{\cdot\beta}. \quad (16)$$

Используя разложение на составляющие матрицы $R^{\beta\beta}$:

$$\begin{aligned}
R^{jj} &= A_{\alpha}^j R^{\alpha\alpha} A_{\alpha}^{\cdot j}, & R^{jm} &= A_{\alpha}^j R^{\alpha\alpha} A_{\alpha}^{\cdot m}, \\
R^{mj} &= A_{\alpha}^m R^{\alpha\alpha} A_{\alpha}^{\cdot j}, & R^{mm} &= A_{\alpha}^m R^{\alpha\alpha} A_{\alpha}^{\cdot m}
\end{aligned}$$

определим кибернетические проводимости в соединенной сети, учитывая, равенство нулю взаимных проводимостей и составляющих A_b^m матрицы преобразования A_{α}^{β} :

$$R^{\beta\beta} = \begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline R^{jj} & R^{jm} \\ \hline R^{mj} & R^{mm} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline A_{\cdot b}^j R^{bb} A_b^{\cdot j} + A_{\cdot b}^j R^{bc} A_c^{\cdot j} + A_{\cdot c}^j R^{cb} A_b^{\cdot j} + A_{\cdot c}^j R^{cc} A_c^{\cdot j} & A_{\cdot b}^j R^{bb} A_b^{\cdot m} + A_{\cdot b}^j R^{bc} A_c^{\cdot m} + A_{\cdot c}^j R^{cb} A_b^{\cdot m} + A_{\cdot c}^j R^{cc} A_c^{\cdot m} \\ \hline A_{\cdot b}^m R^{bb} A_b^{\cdot j} + A_{\cdot b}^m R^{bc} A_c^{\cdot j} + A_{\cdot c}^m R^{cb} A_b^{\cdot j} + A_{\cdot c}^m R^{cc} A_c^{\cdot j} & A_{\cdot b}^m R^{bb} A_b^{\cdot m} + A_{\cdot b}^m R^{bc} A_c^{\cdot m} + A_{\cdot c}^m R^{cb} A_b^{\cdot m} + A_{\cdot c}^m R^{cc} A_c^{\cdot m} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline A_{\cdot b}^j R^{bb} A_b^{\cdot j} + A_{\cdot c}^j R^{cc} A_c^{\cdot j} & A_{\cdot c}^j R^{cc} A_c^{\cdot m} \\ \hline A_{\cdot c}^m R^{cc} A_c^{\cdot j} & A_{\cdot c}^m R^{cc} A_c^{\cdot m} \\ \hline \end{array}$$

Аналогичными преобразованиями получаем матрицу временных задержек:

$$T_{\beta\beta} = C_{\beta}^{\alpha} T_{\alpha\alpha} C_{\alpha}^{\cdot\beta} \quad (17)$$

или

$$T_{\beta\beta} = \begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline T_{jj} & T_{jm} \\ \hline T_{mj} & T_{mm} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline C_j^{\cdot b} T_{bb} C_b^{\cdot j} + C_j^{\cdot b} T_{bc} C_c^{\cdot j} + C_j^{\cdot c} T_{cb} C_b^{\cdot j} + C_j^{\cdot c} T_{cc} C_c^{\cdot j} & C_j^{\cdot b} T_{bb} C_b^{\cdot m} + C_j^{\cdot b} T_{bc} C_c^{\cdot m} + C_j^{\cdot c} T_{cb} C_b^{\cdot m} + C_j^{\cdot c} T_{cc} C_c^{\cdot m} \\ \hline C_m^{\cdot b} T_{bb} C_b^{\cdot j} + C_m^{\cdot b} T_{bc} C_c^{\cdot j} + C_m^{\cdot c} T_{cb} C_b^{\cdot j} + C_m^{\cdot c} T_{cc} C_c^{\cdot j} & C_m^{\cdot b} T_{bb} C_b^{\cdot m} + C_m^{\cdot b} T_{bc} C_c^{\cdot m} + C_m^{\cdot c} T_{cb} C_b^{\cdot m} + C_m^{\cdot c} T_{cc} C_c^{\cdot m} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} j \\ m \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline C_j^{\cdot b} T_{bb} C_b^{\cdot j} & C_j^{\cdot b} T_{bb} C_b^{\cdot m} \\ \hline C_j^{\cdot b} T_{bb} C_b^{\cdot j} & C_m^{\cdot b} T_{bb} C_b^{\cdot m} + C_m^{\cdot c} T_{cc} C_c^{\cdot m} \\ \hline \end{array}$$

Также матрицу временных задержек можно определить, используя тот факт, что результирующая пропускная способность каналов (кибернетическая проводимость) обратна времени нахождения пакетов в сети (временным задержкам).

Для случая, когда $\gamma^m = 0$ и $N_m = 0$ (т.е. внешние потоки в каналах связи отсутствуют) ортогональные тензорные уравнения для объемов накопления пакетов и информационных потоков в системе координат β примут вид:

$$\begin{cases} N_j + n_j = T_{jj}(\gamma^j + \lambda^j) + T_{jm} \lambda^m, \\ n_m = T_{mj}(\gamma^j + \lambda^j) + T_{mm} \lambda^m; \\ \gamma^j + \lambda^j = R^{jj}(N_j + n_j) + R^{jm} n_m, \\ \lambda^m = R^{mj}(N_j + n_j) + R^{mm} n_m. \end{cases}$$

Дальнейшая работа – это непосредственный расчет модели и интерпретация полученных результатов.

Список использованных источников

1. Пасечников И.И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей. М.: «Издательство Машиностроение-1», 2004. 216 с.
2. Петров А.Е. Тензорный метод и физическая экономика // Труды 2го международного симпозиума памяти П.Г.Кузнецова, Альманах "Восток", 2002.
http://www.situation.ru/app/j_art_929.htm
3. Крон Г. Тензорный анализ сетей: Пер. с англ. /Под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова. М.: Сов. Радио, 1978. 720 с.
4. Крон Г. Исследование сложных систем по частям – диакоптика. М.: Наука, 1972. 542 с.
5. Петров А.Е. Тензорная методология в теории систем. М.: Радио и связь, 1985. 152 с.