

Математическое моделирование в образовательной деятельности

Василова Дина Ильнаровна

Елабужский институт Казанского Федерального Университета

*Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, профессор
РАЕ, доцент кафедры математики и прикладной информатики ЕИ КФУ*

Миронова Юлия Николаевна

Аннотация. *Моделирование является не единственным методом изучения окружающего нас мира. Но роль моделирования в науке, в исследованиях инженерных, организационных, экономических объектов и систем и, вообще, в жизни человека, весьма велика. Можно утверждать: познание любого объекта, системы, процесса, явления сводится, по существу, к созданию его (ее) модели.*

Проведен анализ использования методов математического моделирования в педагогических исследованиях. Уточнено определение математического моделирования в педагогике, исходя из особенностей предметной области. Выделены основные этапы становления методов математического моделирования в соответствии с потребностью автоматизации педагогического процесса. На основе существующих классификаций в психологии и экономике предложена классификация применяемых в педагогических исследованиях методов математического моделирования. А также выделены области представления педагогического объекта методами математического моделирования. Описаны функции математических моделей в образовательном процессе: описательная, управленческая, исследовательская, интерпретационная, прогностическая. Рассмотрены основные методы, применяемые для моделирования учебного процесса в высшем учебном заведении и проведен их сравнительный анализ.

Ключевые слова: *математические методы в педагогике, математическое моделирование, учебный процесс, система.*

Введение.

Жизнь любого человека сопровождается процессами моделирования и различными моделями. Использование различных учебных пособий, макетов в школьные годы, проведение лабораторных экспериментов, расчетов в студенческие годы, разработка чертежей, проектирование и расчет реальных устройств и процессов, построение теорий различного рода и назначения – примеры использования моделей и моделирования, когда реальные объекты и процессы заменяются их отображениями (моделями, описаниями и т.д.). Если кратко охарактеризовать моделирование, то оно заключается в замене реальной системы (процесса, явления) моделью, которая находится с ней (с ними) в некотором

соответствии и способна воспроизводить интересующие исследователя свойства или характеристики реальной системы.

Познание и изучение окружающего нас мира можно осуществлять различными способами и методами. Но при исследовании различных сложных объектов, явлений, процессов, при создании, организации и оптимизации сложных систем метод моделирования является одним из самых мощных методов. Так, перед изготовлением любого технического устройства или сооружения разрабатывается его модель-проект, человек, прежде чем совершить что-либо, обдумывает возможную последовательность действий и возможные последствия этих действий, организуя взаимодействие множества объектов, т.е. организуя деятельность некоторой системы, человек организует систему так, чтобы получить максимальный эффект от деятельности такой системы и т.д. Причиной все более расширяющегося применения моделей является то, что процессы, происходящие в модели, можно регистрировать, проверять их соответствие результатам теоретического анализа, заменять аналитические расчеты процессов их непосредственным наблюдением, т.е. эффективно решать все основные задачи экспериментального исследования.

В современной отечественной педагогике реализация целей, смыслов и ценностей образования связана, прежде всего, с необходимой их корреляцией с человеком, миром чувств и отношений, его культурой, экологией, моралью, творчеством. Это привело к появлению новой педагогической парадигмы - гуманистической. Вместе с тем гуманитарный характер педагогических теорий, в отличие от математических, не в полной мере способен обеспечить точность характеристик образовательного процесса. Применение математических методов к элементам процесса обучения увеличивает требования к однозначности педагогических понятий и придает педагогической науке

строгость, которая ей так необходима. Поэтому, на наш взгляд, в педагогике необходима система интеграции математических методов с современными гуманитарно-ориентированными педагогическими методиками и технологиями.

Среди различных математических методов, которые могут быть использованы для формализации процесса обучения, особую роль играет математическое моделирование, поскольку оно позволяет точно фиксировать структурные изменения любой системы и отражать их в количественной форме. Математические модели необходимы для анализа эффективности функционирования образовательных систем, прогнозирования и проектирования их развития. Обращение же к моделям, отражающим закономерности процесса обучения, позволяет управлять познавательной деятельностью учащихся, учитывая меру влияния различных факторов, определяющих её успешность.

Применяемость математического моделирования при построении моделей образовательного процесса.

Решение проблем управления качеством образовательного процесса возможно в случае применения математического моделирования, в том числе построения математических моделей образовательного процесса. Действительно, эффективное управление качеством невозможно без замены субъективных описаний строгими объективными оценками процесса обучения, что позволяет сделать метод построения математической модели. В.И. Мешалкин в своей работе описал различные аспекты деятельности вуза с точки зрения всего спектра функционалов качества, которые применяются для решения задачи оптимизации управления качеством образовательного процесса, рассмотрел оптимизационные модели оценки и управления качеством подготовки выпускников вузов.

Эталонная модель.

Сущность эталонной модели состоит в том, что предоставляется возможность выбрать эталонный (идеальный) объект управления, в котором значения параметров считаются оптимальными. Затем значения контролируемых параметров других объектов управления, которые относятся к тому же типу, что эталонный объект, калькулируются по отношению от значений параметров эталонного объекта. По результатам сравнения эталонных и фактических значений контролируемых параметров составляется дополнительный контур управления, цель которого - последовательная модификация некоторых технологических параметров, которые определяют изменение движения объекта. Используя главную идею принципа эталонной модели, рейтинговые модели управления большими системами управления, в сущности, представляют собой математические модели синтеза дополнительных контуров адаптации системы управления, которые обеспечивают наибольшую эффективность их функционирования в сложных динамически неопределенных условиях при наличии человеческих факторов, определяемых, например, неконтролируемыми воздействиями. Модель расчета рейтингов, предложенная в работе, заключается в том, что исходные показатели активности и состояния деятельности заданного объекта разбиваются на две группы показателей: показатели результативности и показатели потенциальных возможностей. Показатели результативности (активности), отражающие результаты функционирования объекта за предшествующий период, разделяются на количество видов деятельности. Показатели потенциальных возможностей, характеризующие потенциальные возможности выполнения разных видов деятельности, состоят из некоторого количества классов, которые имеют свои признаки. Для каждого класса экспертным методом определяются весовые коэффициенты и вычисляются рейтинги

потенциалов по всем видам потенциальных возможностей и рейтингов результативности (активности) по разным видам деятельности.

Можно выделить этапы математического моделирования:

1. Определение объекта моделирования.
2. Определение цели моделирования.
3. Выбор математического аппарата моделирования.
4. Выбор переменных, параметров, шкал измерения, критериев оценки.
5. Определение связей между переменными.
6. Выбор ограничений.
7. Исследование модели.

Последующие этапы связаны с изучением устойчивости и адекватности модели, с практической реализацией и внедрением результатов моделирования. Вид математической модели зависит от реального объекта, целей исследования, требуемой точности и от выбора исследователя. Любая математическая модель описывает реальный объект лишь с некоторой степенью приближения к действительности.

Решение сложных задач управления в образовательной системе в настоящее время практически невозможно без предварительного моделирования процессов обучения. Выбор вида модели определяется характером процесса и задачей управления. Основными видами задач, решаемыми с помощью моделирования в образовательной системе, являются:

1. Изучение текущего состояния учебного процесса. Для имеющихся моделей определяют параметры и вычисляют значения выходных параметров, а также определяют взаимосвязи между отдельными параметрами и этапами.
2. Прогнозирование состояния знаний обучаемого и группы.
3. Оптимизация управления учебным процессом.

Для множества реализаций случайного процесса обучения в результате совокупности управляющих воздействий может быть определена некоторая вероятностная мера. Формируют функционал качества (полезности), который вычисляют для каждой комбинации из реализации случайного процесса и соответствующего управления. Задача оптимизации сводится к синтезу стратегии управления случайным процессом, при котором достигается экстремальное значение функционала качества.

Рассмотрим круг проблем, связанных с общими вопросами применения методов математического моделирования для формализации процесса обучения. Под математическим моделированием в педагогике будем понимать научный метод количественного и структурного исследования и описания свойств и закономерностей педагогических явлений и процессов с помощью математических моделей.

Математическое моделирование представляет собой многофункциональное дидактическое средство, объективное в силу использования математических моделей в качестве математической основы.

В процессе развития подходов к применению методов математического моделирования в педагогике можно выделить следующие этапы становления методов математического моделирования в соответствии с потребностью автоматизации педагогического процесса:

- 1) появление в педагогике;
- 2) разработка отдельных методов и направлений;
- 3) осмысление и обобщение возможностей математического моделирования в педагогической науке.

Взяв за основу классификации, используемые экономикой и психологией, получаем следующие классификации моделей, применяемых в педагогических исследованиях:

1. В соответствии с общей классификацией математических моделей:

- 1) структурные (неметрические);
- 2) функциональные (метрические);
- 3) структурно-функциональные (смешанные).

2. По целевому назначению:

- 1) теоретико-аналитические (общенаучные);
- 2) прикладные (специальные).

3. По степени идеализации:

- 1) дескриптивные;
- 2) нормативные.

В образовательном процессе математические модели способны выполнять разнообразные функции: описательную, управленческую, исследовательскую, интерпретационную, прогностическую и др.

1. Описательная функция предполагает рассмотрение педагогического объекта в виде математической модели с тем, чтобы выделить в нем существенные свойства и отношения, отражающие его главное содержание. Поскольку это содержание подлежит дальнейшему анализу, то математическое моделирование педагогического объекта с целью его структурно-количественного анализа помогает понять, как устроен педагогический объект, какова его структура, основные свойства, законы развития и взаимодействия с окружающим миром. Важно показать, какую роль играет математическая модель для исследования конкретной темы, предостерегая от отождествления оригинала и его модели.

2. Управленческая функция математических моделей предполагает, что зафиксированные в них закономерности процесса обучения могут служить ориентиром для принятия педагогом научно обоснованных решений по его совершенствованию.

3. Исследовательская функция математических моделей означает, что они выступают в роли предмета или средства исследования. Наиболее ярко эта роль проявляется в результате постановки педагогического эксперимента. Однако и в повседневной профессиональной деятельности такие модели составляют дидактический арсенал учителя, поскольку он распределяет время для разных этапов урока, оценивает сложность учебного материала, ориентируясь на определенные критерии, и т.д. В результате педагог строит модели взаимосвязи параметров процесса обучения, опираясь на накопленный опыт преподавания.

4. Интерпретационная (объяснение, обобщение и исчерпывающее описание). Обычно акцент делается на объяснение, но не менее важно, что математическая модель позволяет в сжатой форме общего закона описать множество частных случаев, которые могут быть выведены из нее логически и не требуют специального описания. Функция обобщения большого числа данных с наибольшей убедительностью выступает на заключительных этапах педагогического исследования, когда жизнеспособность математической модели уже доказана многочисленными педагогическими экспериментами.

5. Математические модели выполняют также прогностическую функцию, так как зафиксированные в них количественные или структурные соотношения открывают возможности планирования педагогической деятельности, построения перспектив развития педагогической системы с учетом условий, для которых построена математическая модель. Реализация прогностической функции конкретной математической модели связана с экстраполяцией тенденций на основе статистических критериев с использованием различных методов прогнозирования.

Основными видами математических моделей, применяемых при исследовании и управлении в образовательных системах, являются:

1. *Аналитические зависимости* основных параметров, характеризующих процесс (прежде всего, результат) обучения от времени. Поскольку при обучении всегда присутствует человеческий фактор, действие которого носит сложный психофизический характер, аналитические модели, как правило, носят вероятностный или статистический характер. Это увеличивает адекватность модели исходной системе за счет учета существенных свойств и связей, которые не поддаются детерминированному описанию. Аналитические зависимости имеют ряд преимуществ, по сравнению с другими видами моделей. Во-первых, развитые математические методы позволяют преобразовывать выражения для получения наиболее удобного вида модели, характеризующей поведение исследуемой системы. Таким образом можно провести анализ в общем виде, определить оптимальные соотношения параметров для эффективного управления. Во-вторых, при подстановке численных значений параметров можно контролировать адекватность модели. При этом, однако, для эффективного применения аналитические модели не должны быть слишком сложными.

2. *Графические модели.* Методы теории графов в настоящее время широко используются для моделирования изучения теоретического материала по темам, фасетных тестов и др. При построении графовой модели вершинам графа соответствуют элементы знания по данной теме, а дугам – имеющиеся между этими элементами причинно-следственные связи. В силу специфики таких связей граф является ориентированным. Динамика знаний может рассматриваться как одноэтапный или многоэтапный процесс. Под этапом обычно понимают изучение отдельного раздела или всей учебной дисциплины, занимающей относительно небольшой период времени. Для построения модели многоэтапного процесса обучения применяют сетевые модели динамики знаний. Под сетью понимают совокупность конечного числа этапов

усвоения, контроля и диагностирования знаний, в которой циркулируют положения учебной дисциплины или типовые единицы деятельности в соответствии с матрицей перехода от одного этапа к другому. Различают разомкнутые (открытые), замкнутые и смешанные сети динамики знаний, отличающиеся характеристиками входного потока учебного материала. Для больших по размерности сетей применяют аналитические приближенные методы анализа, которые совмещают противоречивые требования адекватности модели и простоты вычисления.

При моделировании изучения учебной дисциплины процесс обучения определяется как суперпозиция потоков усвоения и забывания единиц учебного материала. На основе математического описания потоков моделируется изменение знаний в виде интегро-дифференциальных уравнений. В более общем виде стохастический по своей природе процесс обучения рассматривается как полумарковский, при котором вероятность перехода из одного состояния в другое зависит как от исходного состояния, так и от состояния, в которое осуществляется переход. Учитывая характер обучения, считают, что практически возможными являются лишь переходы в соседние состояния, которые могут зависеть от времени. В результате могут быть получены системы дифференциальных уравнений с зависящими от времени коэффициентами, которые не всегда имеют аналитические решения. Вариант построения относительно простой модели такого рода изложен в работе. В нем процесс передачи знаний на каждом шаге рассматривается как алгебраическая сумма процессов усвоения и забывания, причем вероятности переходов вправо или влево считаются равными. Полученное таким образом уравнение, характеризующее процесс передачи знаний пользователю в результате разложения в ряд Тейлора и ограничения его членами, содержащими производные по времени не выше второго порядка, является дифференциальным 2-го порядка гиперболического типа. Данное

уравнение используется для моделирования учебного процесса путем задания различных краевых условий, соответствующих поставленной задаче.

Вывод: обобщение исторического опыта и выделение этапов использования методов математического моделирования в педагогических науках, выявление основных областей использования методов математического моделирования в обучении, обобщение и систематизация классификации применяемых в педагогике методов математического моделирования, описание функций математических моделей в образовательном процессе демонстрируют эффективность применения методов математического моделирования в образовательном процессе, обогащают теоретическое содержание исследований в области организации образовательного процесса и показывают дальнейшие перспективы в решении обозначенной проблемы.

Математическое моделирование активно используется в современных образовательных системах. Этому способствует в настоящее время широкое применение вычислительной техники, позволяющее в оперативном режиме решать задачи управления учебным процессом на основе разработанных математических моделей различного вида

Литература:

1. Бояринов Д.А. Проектирование лично-ориентированной обучающей системы: дис. канд. пед. наук. – Смоленск, 2004. – 204 с.
2. Формализация элементов образовательного процесса на основе математических методов [Электронный ресурс] URL: <http://science-education.ru/ru/article/view?id=8283>
3. Мешалкин В.И. Учреждения высшего и среднего профессионального образования в Российской Федерации. Аккредитация-самообследование-рейтинг [Текст] - М.: изд-во РУДН, 1995. - 136 с.